समतल में गति

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» अदिश और सदिश राशियाँ

प्रश्न 1 (आसान). निम्नलिखित में से कौन-सी राशि अदिश है: बल, समय, वेग?

उत्तर – समय

प्रश्न 2 (आसान). क्या विस्थापन एक सदिश राशि है? (हाँ/नहीं)

उत्तर – हाँ

प्रश्न 3 (मध्यम). एक सदिश राशि को हाथ से लिखते समय कैसे दर्शाया जाता है?

उत्तर – अक्षर के ऊपर तीर लगाकर (जैसे A)

प्रश्न 4 (कठिन). एक कार 20 km उत्तर में जाकर फिर 30 km दक्षिण में आती है। इसकी कुल दूरी और विस्थापन में क्या अंतर होगा?

उत्तर – कुल दूरी 50 km होगी (20+30)। विस्थापन 10 km दक्षिण होगा (30-20, क्योंकि विपरीत दिशाएँ)।

» स्थिति और विस्थापन सदिश

प्रश्न 5 (आसान). एक कार मूल बिंदु से 5 मीटर पूर्व की ओर जाती है। उसका स्थिति सदिश क्या होगा?

उत्तर – 5î

प्रश्न 6 (आसान). एक लड़का बिंदु P (2,3) से बिंदु Q (2,3) पर ही रहता है। उसका विस्थापन सदिश क्या है?

उत्तर – 0 (शून्य सदिश)

प्रश्न 7 (मध्यम). एक गेंद बिंदु A (3,0) से बिंदु B (0,4) तक जाती है। विस्थापन सदिश का परिमाण क्या होगा?

उत्तर – 5 मीटर

प्रश्न 8 (कठिन). एक कण मूल बिंदु से शुरू होकर बिंदु (3,4) पर जाता है और फिर वहां से बिंदु (-1, -1) पर वापस आता है। कुल विस्थापन सदिश क्या होगा?

उत्तर – (-1î - 1)

» सदिशों की समता और वास्तविक संख्या से गुणा

प्रश्न 9 (आसान). यदि 'सदिश P' का परिमाण 7 इकाई और दिशा पूरब की ओर है, तो 'सदिश P' के बराबर एक 'सदिश Q' का 'परिमाण' और 'दिशा' क्या होगी?

उत्तर – परिमाण 7 इकाई, दिशा पूरब की ओर।

प्रश्न 10 (आसान). एक 'सदिश F' को '3' से गुणा करने पर क्या होगा? 'दिशा' और 'परिमाण' पर क्या फर्क पड़ेगा?

उत्तर – दिशा वही रहेगी, परिमाण 3 गुना हो जाएगा।

प्रश्न 11 (मध्यम). यदि 'सदिश M' का परिमाण 12 इकाई और दिशा पश्चिम की ओर है, तो 'सदिश -0.5M' का 'परिमाण' और 'दिशा' क्या होगी?

उत्तर – परिमाण (12 * 0.5) = 6 इकाई, दिशा पूरब की ओर।

प्रश्न 12 (कठिन). दो सदिश 'A' और 'B' बराबर हैं। यदि 'सदिश A' का 'परिमाण' 'x' है और 'दिशा' उत्तर-पूर्व है, तो 'सदिश B' को '2A' से गुणा करने पर परणिामी 'सदशि' का 'परमिाण' और 'दशिा' क्या होगी?

उत्तर – परिमाण '2x' इकाई, दिशा उत्तर-पूर्व।

» सदिशों का संकलन व व्यवकलन: ग्राफी विधि

प्रश्न 13 (आसान). अगर एक सदिश 2 यूनिट पूर्व में और दूसरा 3 यूनिट पूर्व में हो, तो परिणामी सदिश क्या होगा? दिशा भी बताओ।

उत्तर – 5 यूनिट पूर्व में।

प्रश्न 14 (आसान). सदिश A 5 न्यूटन उत्तर में है और सदिश B 5 न्यूटन दक्षिण में है। परिणामी सदिश क्या होगा?

उत्तर – 0 न्यूटन (शून्य सदिश)।

प्रश्न 15 (मध्यम). एक सदिश A 6 मीटर पूर्व में है, और सदिश B 8 मीटर उत्तर में है। त्रिभुज नियम से इनका परिणामी सदिश ज्ञात करो और उसका परिमाण बताओ।

उत्तर – परिणामी सदिश का परिमाण 10 मीटर होगा।

प्रश्न 16 (कठिन). दो सदिश P और Q हैं। P का परिमाण 10 यूनिट है और यह पूर्व दिशा में है। Q का परिमाण 10 यूनिट है और यह उत्तर-पश्चिम दिशा में है (उत्तर से 45 डिग्री पश्चिम)। त्रिभुज नियम का उपयोग करके इनका परिणामी सदिश ज्ञात करो और उसकी दिशा और परिमाण बताओ।

उत्तर – परिणामी सदिश का परिमाण लगभग 7.65 यूनिट होगा, और दिशा पूर्व से लगभग 67.5 डिग्री उत्तर की ओर होगी।

» शून्य सदिश और उसके गुण

प्रश्न 17 (आसान). यदि सदिश B = (3i + 4j) है, तो B + 0 (शून्य सदिश) का मान क्या होगा?

उत्तर – B + 0 = (3i + 4j)

प्रश्न 18 (आसान). यदि एक सदिश P को संख्या 0 से गुणा किया जाए, तो परिणामी सदिश क्या होगा?

उत्तर – 0 * P = 0 (शून्य सदिश)

प्रश्न 19 (मध्यम). एक कार A बिंदु से चलकर B बिंदु तक जाती है और फिर वापस A बिंदु पर आ जाती है। उसका कुल विस्थापन सदिश क्या होगा? यह किस प्रकार का सदिश है?

उत्तर – कुल विस्थापन सदिश शून्य होगा। यह एक शून्य सदिश है।

» सदिशों का वियोजन और एकांक सदिश

प्रश्न 20 (आसान). एक सदिश का परिमाण 20 इकाई है और वह X-अक्ष से 60° का कोण बनाता है। उसके X-घटक का मान क्या होगा?

उत्तर – 10 इकाई

प्रश्न 21 (आसान). यदि कोई सदिश केवल Y-अक्ष के अनुदिश हो, तो उसका X-घटक क्या होगा?

उत्तर – शून्य

प्रश्न 22 (मध्यम). एक सदिश के X-घटक का मान 6 इकाई और Y-घटक का मान 8 इकाई है। सदिश का कुल परिमाण कितना होगा?

उत्तर – 10 इकाई

प्रश्न 23 (कठिन). एक सदिश A का X-घटक -5 इकाई और Y-घटक -53 इकाई है। यह सदिश X-अक्ष से कितना कोण बनाता है?

उत्तर – 240°

» सदिशों का योग: विश्लेषणात्मक विधि

प्रश्न 24 (आसान). यदि P = 1î + 2 और Q = 3î + 1 है, तो P + Q क्या होगा?

उत्तर – 4î + 3

प्रश्न 25 (आसान). सदिश M = 5î और सदिश N = 3 को विश्लेषणात्मक विधि से जोड़िए।

उत्तर – 5î + 3

प्रश्न 26 (मध्यम). सदिश C = -2î + 6 और D = 4î - 3 का परिणामी सदिश R क्या होगा? इसका परिमाण भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर – R = 2î + 3, परिमाण = 13

प्रश्न 27 (कठिन). एक वस्तु पर दो बल लग रहे हैं। पहला बल F1 = (10 N, पूर्व दिशा) और दूसरा बल F2 = (5 N, उत्तर दिशा) है। कुल परिणामी बल को सदिश रूप में दर्शाइए और उसका परिमाण व दिशा भी बताइए। (पूर्व को +X और उत्तर को +Y मानें)

उत्तर – F1 = 10î N, F2 = 5 N. परिणामी बल F = 10î + 5 N. परिमाण = $(10^2 + 5^2) = 125$ 11.18 N. दिशा = $\tan^{-1}(5/10) = \tan^{-1}(0.5)$ 26.57° (पूर्व से उत्तर की ओर)

» किसी समतल में गति: वेग और त्वरण

प्रश्न 28 (आसान). यदि एक कण का स्थिति सदिश r = 5t î + 2 है, तो उसका वेग सदिश ज्ञात करें।

उत्तर – v = 5 î मीटर/सेकंड

प्रश्न 29 (आसान). विस्थापन सदिश r = (2 î + 3) मीटर है और समय अंतराल t = 1 सेकंड है। औसत वेग क्या होगा?

उत्तर – v_avg = (2 î + 3) मीटर/सेकंड

प्रश्न 30 (मध्यम). एक वस्तु का वेग v = (2t î + 3t²) मीटर/सेकंड है। t = 2 सेकंड पर उसका त्वरण ज्ञात करें।

उत्तर – a = (2 î + 12) मीटर/सेकंड²

प्रश्न 31 (कठिन). एक कण की स्थिति r = (4t² î - 3t) मीटर है। t = 1 सेकंड पर कण का तात्क्षणिक वेग का परिमाण (magnitude) और दशिा ज्ञात करें।

उत्तर – v = (8 î - 3) मीटर/सेकंड; परिमाण = $(8^2 + (-3)^2) = 73$ 8.54 मीटर/सेकंड; दिशा = $\tan^{-1}(-3/8)$ -20.56° (x-अक्ष के साथ)

» किसी समतल में एकसमान त्वरण से गति

प्रश्न 32 (आसान). अगर किसी कण का प्रारंभिक वेग 2i m/s है और त्वरण 1j m/s² है, तो 2 सेकंड बाद उसका वेग क्या होगा?

उत्तर – 2i + 2j m/s

प्रश्न 33 (आसान). एक कार विराम अवस्था (v=0) से 2i m/s² के त्वरण से चलना शुरू करती है। 3 सेकंड बाद वह कितनी दूरी तय करेगी (केवल x-दिशा में)?

उत्तर – 9 m

प्रश्न 34 (मध्यम). एक कण का प्रारंभिक वेग (3i + 4j) m/s है और एकसमान त्वरण (2i - 1j) m/s² है। 5 सेकंड बाद उसकी स्थिति (r) ज्ञात कीजिए, यदि r = 0 हो।

उत्तर – (40i + 7.5j) m

प्रश्न 35 (कठिन). एक हवाई जहाज 100 m/s के क्षैतिज वेग से उड़ रहा है और एक बम गिराता है। अगर हवा का प्रतिरोध नगण्य हो और हवाई जहाज की ऊँचाई 500 m हो, तो बम हवाई जहाज से क्षैतिज रूप से कितनी दूर गिरेगा? (g = 10 m/s² लें)

उत्तर – 1000 m

» प्रक्षेप्य गति: परिचय और पथ का समीकरण

प्रश्न 36 (आसान). प्रक्षेप्य गति में, क्षैतिज दिशा में त्वरण का मान क्या होता है?
उत्तर – शून्य

प्रश्न 37 (आसान). प्रक्षेप्य गति में, ऊर्ध्वाधर दिशा में कौन सा त्वरण लगता है?
उत्तर – गुरुत्वीय त्वरण (g)

प्रश्न 38 (मध्यम). यदि एक गेंद को 45° के कोण पर फेंका जाए, तो उसके क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर प्रारंभिक वेग घटक ज्ञात कीजिए यदि प्रारंभिक चाल 10 m/s हो।
उत्तर – vox = 10 * cos45° = 10 * (1/2) = 52 m/s; voy = 10 * sin45° = 10 * (1/2) = 52 m/s

प्रश्न 39 (कठिन). एक प्रक्षेप्य को 30 m/s के वेग से क्षैतिज से 60° के कोण पर फेंका जाता है। उसके पथ का समीकरण ज्ञात कीजिए। (g = 10 m/s²)
उत्तर – $y = (3)x - (1/90)x^2$

» प्रक्षेप्य गति: अधिकतम ऊंचाई, उड़ान का समय और क्षैतिज परास

प्रश्न 40 (आसान). यदि किसी वस्तु को 90° के कोण पर सीधा ऊपर फेंका जाए, तो उसका क्षैतिज परास कितना होगा?
उत्तर – 0 (शून्य)

प्रश्न 41 (आसान). एक गेंद को 20 m/s की चाल से क्षैतिज से 0° कोण पर फेंका गया। अधिकतम ऊंचाई कितनी होगी?
उत्तर – 0 m (क्योंकि वो ऊपर नहीं जाएगी)

प्रश्न 42 (मध्यम). एक प्रक्षेप्य का उड्डयन काल 4 सेकंड है। यदि g = 10 m/s² हो, तो उसकी अधिकतम ऊंचाई तक पहुँचने का समय कितना होगा?
उत्तर – 2 सेकंड

प्रश्न 43 (कठिन). किस कोण पर क्षैतिज परास अधिकतम होता है?
उत्तर – 45°

» एकसमान वृत्तीय गति: वेग, त्वरण और कोणीय चाल

प्रश्न 44 (आसान). अगर एक वस्तु की कोणीय चाल 10 rad/s है और वृत्त की त्रिज्या 2 m है, तो उसका रैखिक वेग क्या होगा?
उत्तर – 20 m/s

प्रश्न 45 (आसान). एकसमान वृत्तीय गति में क्या स्थिर रहता है - चाल या वेग?
उत्तर – चाल

प्रश्न 46 (मध्यम). एक धागे से बंधी गेंद 5 m त्रिज्या के वृत्त में 2 चक्कर प्रति सेकंड लगाती है। उसका अभिकेंद्री त्वरण ज्ञात करें।
उत्तर – ac = $4^{22}R$ = 4 * (3.14)² * (2)² * 5 = 789.6 m/s² (लगभग)

प्रश्न 47 (कठिन). एक वस्तु की एकसमान वृत्तीय गति में, यदि त्रिज्या दोगुनी कर दी जाए और रैखिक चाल आधी कर दी जाए, तो अभिकेंद्री त्वरण पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
उत्तर – अभिकेंद्री त्वरण आधा हो जाएगा। (ac = v²/R, अगर v को v/2 और R को 2R करें तो ac' = (v/2)² / (2R) = (v²/4) / (2R) = v² / 8R = ac/8। अरे नहीं, आधा नहीं होगा, 1/8 गुना हो जाएगा!)

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. मान लीजिए एक चींटी सीधी रेखा में पहले 3 cm पूर्व की ओर चलती है, और फिर 4 cm उसी पूर्व दिशा में और आगे चलती है। इस स्थिति में चींटी द्वारा तय की गई 'कुल दूरी' और उसका 'कुल विस्थापन' ज्ञात कीजिए।

› पहला कदम: कुल दूरी निकालते हैं। दूरी एक अदिश राशि है, तो हम बस दोनों दूरियों को सीधे-सीधे जोड़ देंगे। चींटी पहले 3 cm चली और फिर 4 cm चली। तो, कुल दूरी = 3 cm + 4 cm = 7 cm।

› दूसरा कदम: अब कुल विस्थापन निकालते हैं। विस्थापन एक सदिश राशि है, जिसका मतलब है हमें परिमाण और दिशा दोनों देखनी होगी। चींटी पहले पूर्व में 3 cm चली, फिर उसी पूर्व दिशा में 4 cm और चली। चूंकि दोनों गतियाँ एक ही दिशा (पूर्व) में हैं, तो विस्थापन भी उसी दिशा में जुड़ जाएगा।

› तो, कुल विस्थापन = 3 cm (पूर्व) + 4 cm (पूर्व) = 7 cm (पूर्व)।

उत्तर – इस स्थिति में, चींटी द्वारा तय की गई 'कुल दूरी' 7 cm है और उसका 'कुल विस्थापन' भी 7 cm (पूर्व दिशा में) है।

उदाहरण 2. एक चींटी किसी मेज़ पर बिंदु A (1, 2) पर है। कुछ देर बाद वह बिंदु B (4, 6) पर पहुँच जाती है। उसका प्रारंभिक स्थिति सदिश, अंतिम स्थिति सदिश और विस्थापन सदिश ज्ञात कीजिए।

› पहला कदम, हम मूल बिंदु O (0,0) से बिंदु A तक का स्थिति सदिश निकालेंगे। इसे r_A = (1î + 2) कहते हैं।

› दूसरा कदम, हम मूल बिंदु O (0,0) से बिंदु B तक का स्थिति सदिश निकालेंगे। इसे r_B = (4î + 6) कहते हैं।

› तीसरा कदम, विस्थापन सदिश निकालने के लिए, हम अंतिम स्थिति सदिश में से प्रारंभिक स्थिति सदिश को घटाते हैं: r = r_B - r_A।

› तो, r = (4î + 6) - (1î + 2) = (4-1)î + (6-2)।

› इससे हमें विस्थापन सदिश r = (3î + 4) मिलेगा।

› तो, चींटी 3 इकाई X-अक्ष पर और 4 इकाई Y-अक्ष पर विस्थापित हुई है।

उत्तर – प्रारंभिक स्थिति सदिश r_A = (1î + 2), अंतिम स्थिति सदिश r_B = (4î + 6), और विस्थापन सदिश r = (3î + 4).

उदाहरण 3. मान लीजिए एक 'सदिश A' का परिमाण 10 इकाई है और इसकी दिशा उत्तर की ओर है। यदि हम इसे '1.5' और '-2' से गुणा करते हैं, तो परिणामी 'सदिशों' का 'परिमाण' और 'दिशा' क्या होगी?

› पहला भाग: 'सदिश A' को '1.5' से गुणा करना। '1.5' एक 'धनात्मक संख्या' है, इसलिए 'दिशा' वही रहेगी – उत्तर की ओर। 'परिमाण' '1.5 गुना' हो जाएगा। 'नया परिमाण' = 10 * 1.5 = 15 इकाई।

› दूसरा भाग: 'सदिश A' को '-2' से गुणा करना। '-2' एक 'ऋणात्मक संख्या' है, इसलिए 'दिशा' विपरीत हो जाएगी। अगर 'सदिश A' उत्तर की ओर था, तो नया 'सदिश' दक्षिण की ओर होगा। 'परिमाण' '2 गुना' हो जाएगा (ऋणात्मक चिन्ह केवल दिशा बताता है, परिमाण को धनात्मक ही रखते हैं)। 'नया परिमाण' = 10 * 2 = 20 इकाई।

उत्तर – जब 'सदिश A' को '1.5' से गुणा करते हैं, तो परिणामी 'सदिश' का 'परिमाण' 15 इकाई और 'दिशा' उत्तर की ओर होगी। जब इसे '-2' से गुणा करते हैं, तो परिणामी 'सदिश' का 'परिमाण' 20 इकाई और 'दिशा' दक्षिण की ओर होगी।

उदाहरण 4. मान लीजिए आपके पास दो सदिश A और B हैं। सदिश A पूर्व दिशा में 4 यूनिट है, और सदिश B उत्तर दिशा में 3 यूनिट है। इन दोनों का 'परिणामी सदिश' ग्राफी विधि से ज्ञात कीजिए।

› सबसे पहले, एक ग्राफ पेपर पर एक बिंदु से 'सदिश A' बनाइए। यह पूर्व दिशा में 4 यूनिट लंबा होगा। आप इसे 4 सेंटीमीटर लंबा बना सकते हैं, मान लीजिए 1 यूनिट = 1 सेंटीमीटर।

› अब, 'सदिश A' जहाँ खत्म होता है, यानी उसके 'हेड' पर, वहाँ से 'सदिश B' की 'टेल' रखिए। 'सदिश B' उत्तर दिशा में 3 यूनिट लंबा है, तो उसे 3 सेंटीमीटर लंबा बनाइए, उत्तर की ओर।

› अब, शुरुआती बिंदु (जहाँ सदिश A की टेल थी) से लेकर अंतिम बिंदु (जहाँ सदिश B का हेड खत्म हुआ) तक एक सीधी रेखा खींचिए। यही हमारा 'परिणामी सदिश R' है।

› इस 'परिणामी सदिश R' की लंबाई मापिए। यह लगभग 5 यूनिट (5 सेंटीमीटर) आएगी। यह इसका परिमाण है।

› परिणामी सदिश R की दिशा जानने के लिए, शुरुआती बिंदु से क्षैतिज (पूर्व) अक्ष के साथ इसका कोण मापिए। यह लगभग 37 डिग्री आएगा।

उत्तर – परिणामी सदिश R का परिमाण 5 यूनिट है, और यह पूर्व दिशा से लगभग 37 डिग्री उत्तर की ओर है।

उदाहरण 5. मान लीजिए एक सदिश A है, जिसका परिमाण 5 इकाई है और वह पूर्व दिशा में है। यदि हम सदिश A को एक शून्य सदिश में जोड़ दें, तो परिणामी सदिश क्या होगा?

› हमें दिया गया है कि सदिश A का परिमाण 5 इकाई है और दिशा पूर्व है।

› शून्य सदिश '0' का परिमाण शून्य होता है और उसकी कोई निश्चित दिशा नहीं होती।

› शून्य सदिश के गुण के अनुसार, किसी भी सदिश को शून्य सदिश में जोड़ने पर वही सदिश वापस मिल जाता है।

› इसलिए, A + 0 = A

› परिणामी सदिश का परिमाण 5 इकाई होगा और उसकी दिशा भी पूर्व ही रहेगी।

उत्तर – परिणामी सदिश A ही होगा, जिसका परिमाण 5 इकाई और दिशा पूर्व होगी।

उदाहरण 6. मान लीजिए एक सदिश A का परिमाण 10 इकाई है और यह X-अक्ष से 30° का कोण बनाता है। इस सदिश के X-अक्ष और Y-अक्ष के अनुदिश घटक ज्ञात करें।

› हमें सदिश का परिमाण A = 10 इकाई दिया गया है।

› कोण = 30° दिया गया है।

› X-अक्ष के अनुदिश घटक Ax = A cos होता है।

› Ax = 10 * cos(30°) = 10 * (3 / 2) = 53 इकाई।

› Y-अक्ष के अनुदिश घटक Ay = A sin होता है।

› Ay = 10 * sin(30°) = 10 * (1 / 2) = 5 इकाई।

उत्तर – X-घटक Ax = 53 इकाई, Y-घटक Ay = 5 इकाई।

उदाहरण 7. एक सदिश A = 3î + 4 है और दूसरा सदिश B = 2î - 1 है। विश्लेषणात्मक विधि से इनका परिणामी सदिश R ज्ञात कीजिए।

› हमें दिए गए सदिश हैं: A = 3î + 4 और B = 2î - 1।

› विश्लेषणात्मक विधि के अनुसार, परिणामी सदिश R = A + B होगा।

› हम X-घटकों को एक साथ जोड़ेंगे और Y-घटकों को एक साथ जोड़ेंगे।

› R का X-घटक (Rx) = Ax + Bx = 3 + 2 = 5 होगा।

› R का Y-घटक (Ry) = Ay + By = 4 + (-1) = 3 होगा।

› तो परिणामी सदिश R = Rxî + Ry होगा।

› मान लो, हमें इसका परिमाण भी निकालना है, तो R का परिमाण = (Rx^2 + Ry^2) = (5^2 + 3^2) होगा।

› यह (25 + 9) = 34 होगा।

› और दिशा के लिए, tan = Ry / Rx = 3 / 5 होगा। तो = $\tan^1(3/5)$ होगी।

› हमें प्रश्न में सिर्फ सदिश R निकालना है, इसलिए हम सिर्फ घटक वाला उत्तर देंगे।

उत्तर – परिणामी सदिश R = 5î + 3

उदाहरण 8. एक कण की स्थिति r = (3.0t î + 2.0t^2) मीटर है। t = 1.0 सेकंड पर इसका तात्क्षणिक वेग (instantaneous velocity) और तात्क्षणकि त्वरण (instantaneous acceleration) ज्ञात कीजिए।

› स्थिति सदिश दिया है: r = (3.0t î + 2.0t^2)

› तात्क्षणिक वेग (v) निकालने के लिए स्थिति सदिश का समय के सापेक्ष अवकलन (differentiate) करेंगे: v = dr/dt = d/dt (3.0t î + 2.0t^2)

› अवकलन करने पर: v = 3.0 î + 4.0t

› अब t = 1.0 सेकंड पर वेग निकालने के लिए t की जगह 1.0 रखेंगे: v(1.0) = 3.0 î + 4.0(1.0) = 3.0 î + 4.0 मीटर/सेकंड।

› तात्क्षणिक त्वरण (a) निकालने के लिए वेग सदिश का समय के सापेक्ष अवकलन करेंगे: a = dv/dt = d/dt (3.0 î + 4.0t)

› अवकलन करने पर: a = 4.0 मीटर/सेकंड^2।

› यहाँ त्वरण t पर निर्भर नहीं कर रहा, इसलिए t = 1.0 सेकंड पर भी त्वरण a = 4.0 मीटर/सेकंड^2 ही रहेगा।

उत्तर – t = 1.0 सेकंड पर तात्क्षणिक वेग v = (3.0 î + 4.0) मीटर/सेकंड और तात्क्षणिक त्वरण a = (4.0)

मीटर/सेकंड² है।

उदाहरण 9. एक कण t = 0 पर मूल बिंदु (0,0) से 5.0i m/s के वेग से चलना शुरू करता है। इस पर एकसमान त्वरण (3.0i + 2.0j) m/s² लगता है। ज्ञात करें: (a) जब कण का x-नर्दिशांक 84 m हो, तो उसका y-नर्दिशांक क्या होगा? (b) इस क्षण कण की चाल क्या होगी?

› हमें दिया गया है: प्रारंभिक स्थिति r = 0 (मूल बिंदु से), प्रारंभिक वेग v = 5.0i m/s, और त्वरण a = (3.0i + 2.0j) m/s²।

› सबसे पहले, स्थिति समीकरण का सदिश रूप लिखेंगे: r(t) = r + vt + ½at²। क्योंकि r = 0, तो समीकरण बनेगा: r(t) = vt + ½at²।

› अब दिए गए मानों को समीकरण में रखेंगे: r(t) = (5.0i)t + ½(3.0i + 2.0j)t²।

› इसे हल करने पर, r(t) = (5.0t + 1.5t²)i + (1.0t²)j प्राप्त होगा।

› इसके घटकों को अलग-अलग लिखें: x(t) = 5.0t + 1.5t² और y(t) = 1.0t²।

› (a) हमें दयिा है कि x(t) = 84 m। इस मान को x-समीकरण में रखें: 84 = 5.0t + 1.5t²।

› इस द्विघात समीकरण को हल करने पर (जैसे गुणनखंड या सूत्र से), t = 6.0 s प्राप्त होगा।

› अब इस t = 6.0 s के मान को y-समीकरण में रखें: y = 1.0 * (6.0)² = 36.0 m।

› (b) कण की चाल ज्ञात करने के लिए हमें पहले वेग v(t) नकिालना होगा। वेग समीकरण है: v = v + at।

› v(t) = 5.0i + (3.0i + 2.0j)t = (5.0 + 3.0t)i + (2.0t)j।

› t = 6.0 s पर वेग के घटक होंगे: vx = 5.0 + 3.0 * 6.0 = 5.0 + 18.0 = 23.0 m/s, और vy = 2.0 * 6.0 = 12.0 m/s।

› तो v = 23.0i + 12.0j m/s।

› चाल (speed) वेग का परिमाण होती है: |v| = (vx² + vy²) = (23.0² + 12.0²) = (529 + 144) = 673 25.94 m/s।

उत्तर – (a) जब कण का x-निर्देशांक 84 m है, तो उसका y-निर्देशांक 36.0 m होगा। (b) इस क्षण कण की चाल लगभग 25.94 m/s होगी।

उदाहरण 10. एक क्रिकेट गेंद को 30° के कोण पर 20 m/s की प्रारंभिक चाल से फेंका जाता है। उसके पथ का समीकरण ज्ञात कीजिए। (g = 10 m/s² लें)

› यहाँ हमें प्रारंभिक वेग 'v = 20 m/s' और प्रक्षेप्य कोण ' = 30°' दिया गया है। गुरुत्वीय त्वरण 'g = 10 m/s²' है।

› सबसे पहले, हम 'cos' और 'tan' के मान निकालेंगे। 'cos30° = 3/2' और 'tan30° = 1/3' होता है।

› अब हम प्रक्षेप्य के पथ का समीकरण लगाएंगे: 'y = (tan)x - (g / 2(vcos)²)x²'

› मान रखेंगे: 'y = (1/3)x - (10 / (2 * (20 * 3/2)²))x²'

› इसे हल करेंगे: 'y = (1/3)x - (10 / (2 * (103)²))x²'

› फिर से हल करेंगे: 'y = (1/3)x - (10 / (2 * 100 * 3))x²'

› आगे: 'y = (1/3)x - (10 / 600)x²'

› आखिर में: 'y = (1/3)x - (1/60)x²'

उत्तर – गेंद के पथ का समीकरण 'y = (1/3)x - (1/60)x²' होगा।

उदाहरण 11. एक क्रिकेट गेंद को क्षैतिज से 30° के कोण पर 28 m/s की चाल से फेंका जाता है। गणना कीजिए: (a) अधिकतम ऊंचाई, (b) उड्डयन काल, (c) क्षैतिज परास। (g = 9.8 m/s²)

› हमें दिया गया है प्रारंभिक वेग (v) = 28 m/s और प्रक्षेपण कोण () = 30°। गुरुत्वाकर्षण त्वरण (g) = 9.8 m/s²।

› (a) अधकितम ऊंचाई (Hm) के लिए सूत्र है: Hm = (v sin)² / 2g। मान रखने पर: Hm = (28 * sin 30°)² / (2 * 9.8)।

› हम जानते हैं sin 30° = 0.5। तो Hm = (28 * 0.5)² / 19.6 = (14)² / 19.6 = 196 / 19.6 = 10 m।

› (b) उड्डयन काल (Tf) के लिए सूत्र है: Tf = 2v sin / g। मान रखने पर: Tf = (2 * 28 * sin 30°) / 9.8।

› Tf = (2 * 28 * 0.5) / 9.8 = 28 / 9.8 2.86 s।

› (c) क्षैतिज परास (R) के लिए सूत्र है: R = v² sin(2) / g। मान रखने पर: R = (28)² * sin(2 * 30°) / 9.8।

› R = (28)² * sin 60° / 9.8 = 784 * 0.866 / 9.8 69.3 m।

उत्तर – (a) अधिकतम ऊंचाई = 10 m, (b) उड्डयन काल = 2.86 s, (c) क्षैतिज परास = 69.3 m।

उदाहरण 12. एक कीड़ा 12 cm त्रिज्या वाले एक वृत्तीय खाँचे में स्थिर चाल से चलता है और 100 सेकंड में 7 चक्कर लगा लेता है। (a) कीड़े की कोणीय चाल और रैखिक चाल कितनी होगी? (b) त्वरण सदिश एक अचर सदिश है क्या? इसका परिमाण कितना होगा?

› सबसे पहले, हमें आवर्तकाल (Time Period, T) निकालना होगा। 100 सेकंड में 7 चक्कर, तो 1 चक्कर में कितना समय? T = कुल समय / चक्करों की संख्या = 100 s / 7 = 14.28 s।

› अब कोणीय चाल () निकालते हैं। = 2 / T = 2 * 3.14 / 14.28 s = 0.44 rad/s।

› रैखिक चाल (v) के लिए, सूत्र है v = R। यहाँ R = 12 cm। तो v = 0.44 rad/s * 12 cm = 5.28 cm/s।

› (b) त्वरण सदिश अचर सदिश नहीं है। क्यों? क्योंकि इसकी दिशा लगातार वृत्त के केंद्र की ओर बदल रही है। त्वरण का परिमाण निकालते हैं: ac = ²R = (0.44 rad/s)² * 12 cm = 0.1936 * 12 cm = 2.32 cm/s²।

उत्तर – (a) कोणीय चाल = 0.44 rad/s, रैखिक चाल v = 5.28 cm/s। (b) त्वरण सदिश अचर नहीं है, परिमाण ac = 2.32 cm/s²।

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। अक्सर, अदिश और सदिश राशियों की परिभाषा और उनके बीच का अंतर उदाहरणों सहित पूछ लिया जाता है। सदिश को दर्शाने का तरीका भी याद रखना।

• बोर्ड परीक्षा में स्थिति और विस्थापन सदिश की परिभाषा और उनके बीच का अंतर उदाहरण के साथ अक्सर पूछा जाता है। ध्यान रखना कि 'विस्थापन सदिश' वास्तविक पथ पर निर्भर नहीं करता।

• यह अवधारणा 'सदिशों' के 'जोड़' और 'घटाने' का आधार है, जो बोर्ड परीक्षाओं में बहुत महत्वपूर्ण होते हैं, इसलिए इसे ध्यान से समझो। खासकर 'ऋणात्मक गुणा' में 'दिशा' बदलने और 'परिमाण' के धनात्मक रहने पर गलती मत करना।

• शून्य सदिश के गुणों पर सीधे प्रश्न आते हैं, खासकर A + 0 = A और * 0 = 0 वाले। इन्हें याद रखना बहुत ज़रूरी है।

• यह कॉन्सेप्ट बोर्ड परीक्षा में सीधे तौर पर 'सदिश के घटकों की गणना' के रूप में या फिर 'अन्य सदिशों के सवालों को हल करने के आधार' के रूप में पूछा जाता है।

• यह विधि बोर्ड परीक्षा में बहुत महत्वपूर्ण है! न्यूमेरिकल हल करते समय, खासकर जब आपको परिणामी सदिश का परिमाण और दिशा दोनों निकालने हों, तो यह विधि बहुत काम आती है। इसके बिना बड़े सवाल हल करना मुश्किल हो जाएगा।

• यह टॉपिक बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। तात्क्षणिक वेग और त्वरण निकालने के लिए 'differentiation' (अवकलन) वाले सवालों को अच्छे से अभ्यास कर लेना। 'Position vector r = x i-hat + y j-hat' और उसके बाद अवकलन करके वेग व त्वरण निकालना आना चाहिए।

• बोर्ड परीक्षा में, 'समतल में एकसमान त्वरण से गति' के समीकरणों को उनके 'घटक रूपों' में लिखना और उनका उपयोग करके संख्यात्मक प्रश्न हल करना अक्सर पूछा जाता है। सदिशों को घटकों में तोड़ना और फिर अलग-अलग हल करना सीख लें।

• यह विषय बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है! प्रक्षेप्य के पथ का समीकरण और अधिकतम ऊँचाई, परास, तथा उड्डयन काल के सूत्र सीधे-सीधे पूछ लिए जाते हैं। इन सूत्रों को अच्छे से याद कर लेना और उन्हें व्युत्पन्न करने का अभ्यास करना।

• इन तीनों सूत्रों पर आधारित सीधे प्रश्न बोर्ड परीक्षा में अक्सर आते हैं, खासकर अधिकतम परास की शर्त (45° कोण) पर। 'sin 2 का अधिकतम मान' से संबंधित प्रश्न भी महत्वपूर्ण हैं।

• एकसमान वृत्तीय गति में अभिकेंद्री त्वरण के सूत्र और उसकी दिशा पर आधारित प्रश्न अक्सर बोर्ड परीक्षाओं में पूछे जाते हैं।

एक नज़र में रिवीज़न

› अदिश = केवल परिमाण; सदिश = परिमाण + दिशा (A से दिखाते हैं)

› स्थिति सदिश = मूल बिंदु से स्थिति; विस्थापन सदिश = प्रारंभिक से अंतिम स्थिति तक सीधी रेखा।

› दो सदिश बराबर यदि परिमाण व दिशा समान। धनात्मक गुणा - दिशा वही, परिमाण बढ़े। ऋणात्मक गुणा - दिशा विपरीत, परिमाण बढ़े।

› शून्य सदिश: परिमाण शून्य, दिशा अनिर्धारित (A+0=A, ∗0=0)

› सदिशों को घटकों में वियोजित करना; एकांक सदिश (परिमाण 1, केवल दिशा)।

› घटकों में तोड़कर X को X से, Y को Y से जोड़ना।

› समतल में गति: स्थिति, वेग, त्वरण सदिश; तात्क्षणिक मान अवकलन से।

› एकसमान त्वरण में वेग ($v = v + at$) और स्थिति ($r = r + vt + \frac{1}{2}at^2$)।

› प्रक्षेप्य गति: क्षैतिज अत्वरित, ऊर्ध्वाधर गुरुत्वीय त्वरित। पथ परवलयाकार।

› प्रक्षेप्य गति: अधिकतम ऊंचाई, उड्डयन काल, क्षैतिज परास के सूत्र और 45° पर अधिकतम परास।

› एकसमान वृत्तीय गति: चाल नियत, वेग व त्वरण बदलते, $ac = v^2/R$ केंद्र की ओर, $v = R$.